UNIVERSITÉ MONTPELLIER **Année 2015-2016**

HLMA101, Contrôle continu 3, 1h15

Les questions sont indépendantes deux à deux.

1. On donne $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ une fonction. Donner la définition de "f tend vers le réel l lorsque x tend vers $+\infty$".
2. On donne $f :]0, +\infty[\to \mathbb{R}$ une fonction. Donner la définition de "f tend vers $-\infty$ lorsque x tend vers 0 par valeurs strictement supérieures".
3. On donne la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{x-1}$. On se donne $M = 10^6$. Trouver un réel A explicite tel que $f(x) \geq M$ pour tout $x > A$.
4. On donne A une partie non vide et majorée de $\mathbb{R}$. Donner la définition de "12 est la borne supérieure de A".
5. On donne A une partie non vide et majorée de $\mathbb{R}$. On note $l = \sup A$. On définit
$$B = \{x + 5, x \in A\}.$$
B admet elle une borne supérieure ? Si oui quelle est elle ? Justifier.
6. On donne A une partie non vide et majorée de $\mathbb{R}$. On définit
$$B = \{x^2, x \in A\}.$$
Est il vrai que $\sup B = (\sup A)^2$? Justifier.
7. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{-x^2 + 4x - 3}$.
8. Déterminer, si elle existe, la limite de $f : x \mapsto \frac{x^7+x+1}{2x^7-x+3}$ quand x tend vers $+\infty$.
9. Déterminer, si elle existe, la limite de $f : x \mapsto \frac{1}{x^2+x-2}$ quand x tend vers -2 par valeurs strictement supérieures, puis par valeurs strictement inférieures.
10. Déterminer, si elle existe, la limite de $f : x \mapsto e^x - x^{12345} - \ln x$ quand x tend vers $+\infty$.
11. Déterminer, si elle existe, la limite de $f : x \mapsto \frac{E(x)}{x}$ quand x tend vers $+\infty$.
12. Déterminer, si elle existe, la limite de $f : x \mapsto \frac{\sin x}{x}$ quand x tend vers $+\infty$.
13. On donne une fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ telle que
$$\forall M > 0, \exists A > 0, f(A) > M.$$
Ceci implique t il que $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$? "Justifier" par un schéma simple.
14. Déterminer le nombre de solutions réelles à l'équation $x^3 + 6x^2 + 9x + 3 = 0$.

UNIVERSITÉ MONTPELLIER **Année 2015-2016**

HLMA101, Contrôle continu 3, 1h15

Les questions sont indépendantes deux à deux.

1. On donne $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ une fonction. Donner la définition de "f tend vers le réel l lorsque x tend vers $+\infty$".
2. On donne $f :]0, +\infty[\to \mathbb{R}$ une fonction. Donner la définition de "f tend vers $-\infty$ lorsque x tend vers 0 par valeurs strictement supérieures".
3. On donne la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{x-1}$. On se donne $M = 10^6$. Trouver un réel A explicite tel que $f(x) \geq M$ pour tout $x > A$.
4. On donne A une partie non vide et majorée de $\mathbb{R}$. Donner la définition de "12 est la borne supérieure de A".
5. On donne A une partie non vide et majorée de $\mathbb{R}$. On note $l = \sup A$. On définit
$$B = \{x + 5, x \in A\}.$$
B admet elle une borne supérieure ? Si oui quelle est elle ? Justifier.
6. On donne A une partie non vide et majorée de $\mathbb{R}$. On définit
$$B = \{x^2, x \in A\}.$$
Est il vrai que $\sup B = (\sup A)^2$? Justifier.
7. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{-x^2 + 4x - 3}$.
8. Déterminer, si elle existe, la limite de $f : x \mapsto \frac{x^7+x+1}{2x^7-x+3}$ quand x tend vers $+\infty$.
9. Déterminer, si elle existe, la limite de $f : x \mapsto \frac{1}{x^2+x-2}$ quand x tend vers -2 par valeurs strictement supérieures, puis par valeurs strictement inférieures.
10. Déterminer, si elle existe, la limite de $f : x \mapsto e^x - x^{12345} - \ln x$ quand x tend vers $+\infty$.
11. Déterminer, si elle existe, la limite de $f : x \mapsto \frac{E(x)}{x}$ quand x tend vers $+\infty$.
12. Déterminer, si elle existe, la limite de $f : x \mapsto \frac{\sin x}{x}$ quand x tend vers $+\infty$.
13. On donne une fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ telle que
$$\forall M > 0, \exists A > 0, f(A) > M.$$
Ceci implique t il que $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$? "Justifier" par un schéma simple.
14. Déterminer le nombre de solutions réelles à l'équation $x^3 + 6x^2 + 9x + 3 = 0$.